

Assignment/Devoir 1

MCG 3340/3370, Fall/Automne, 2016

MCG 3340, Due: September 23th

MCG 3740, À remettre: le 23 septembre

Question 1:

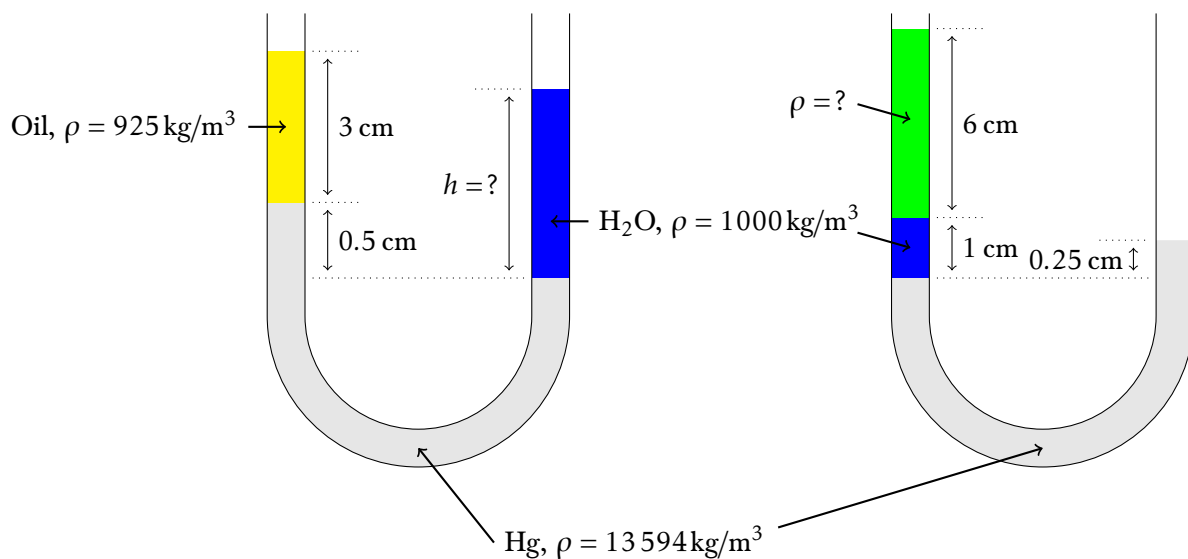
What is the length of the side of a cube that contains one million molecules of air at standard atmospheric conditions ($p = 101\,325\text{ Pa}$, $T = 15^\circ\text{C}$)? What is the length of the side of a cube that contains one million molecules of water with a density of $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$?

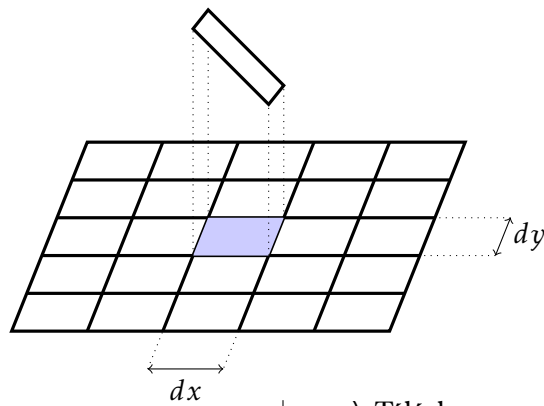
Quelle est la longueur des côtés d'un cube qui contient un million de molécules d'air avec des conditions atmosphériques standard ($p = 101\,325\text{ Pa}$, $T = 15^\circ\text{C}$)? Quelle est la longueur des côtés d'un cube qui contient un million de molécules d'eau avec une densité de $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$?

Question 2:

Quelle est l'hauteur, h , dans la figure à gauche? Quelle est la densité, ρ , du liquide vert dans la figure à droite? Les deux systèmes sont en équilibre.

What is the height, h , in the figure on the left? What is the density, ρ , of the green liquid in the figure on the right? Both systems are in equilibrium.





Question 3:

- Download and complete the MatLab file `CartesianIntegration.m`, posted on Blackboard, and use it to integrate Equation 1 numerically. Include a solution that uses the lower left corner Riemann sum and another which uses the Midpoint sum. Then complete Table 1 for an increasing number of cells. What can you deduce about the order of accuracy of the two methods from the rate of convergence to the true answer?
- Now, use the same program to integrate Equation 2, which cannot be integrated by conventional means, and fill in Table 2.

- Téléchargez et complétez le code MatLab `CartesianIntegration.m`, posté sur Blackboard, pour que l'équation 1 soit intégrée numériquement. Fournissez une solution qui utilise la somme de Riemann du coin gauche inférieure et une autre qui utilise la somme du Mipoint. Ensuite complétez le tableau 1 pour un nombre croissant de cellules. Que pouvez-vous déduire de l'ordre de précision des deux méthodes d'après la vitesse de convergence à la vraie réponse?
- Maintenant, utilisez le même programme pour intégrer l'équation 2, qui ne peut pas être intégrée par moyen classique, et remplissez le tableau 2.

$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 (x+1)^2 (y+1) \, dx dy \quad (1)$$

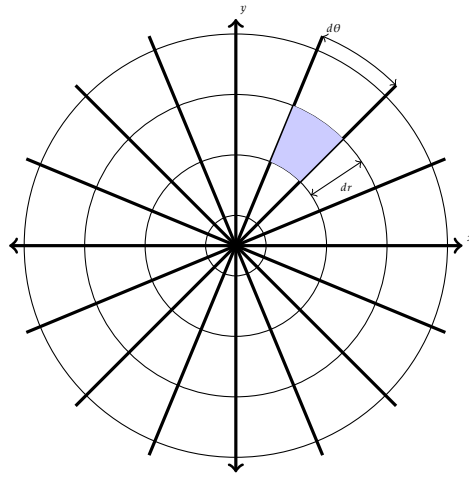
$$I = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 e^{-x^2} \sin(y^2) \, dx dy \quad (2)$$

Table 1: Cartesian integration of Equation 1

Exact Value						
# Cells x & y	16	32	64	128	254	512
Left Riemann						
Midpoint						

Table 2: Cartesian integration of Equation 2

# Cells x & y	16	32	64	128	254	512
Left Riemann						
Midpoint						



$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

Question 4:

- a) Téléchargez et complétez le code Mat-Lab PolarIntegration.m pour que l'équation 3 soit intégrée numériquement en utilisant des coordonnées polaires. Comme dans la question précédente, fournissez une solution qui utilise la somme de Riemann du coin gauche inférieure et une autre qui utilise la somme du Mipoint. Ensuite complétez le tableau 3. Que pouvez-vous déduire de l'ordre de précision des deux méthodes d'après la vitesse de convergence à la vraie réponse?
- b) Maintenant, utilisez le même programme pour intégrer l'équation 4 et remplissez le tableau 4.

- a) Next download and complete the Mat-Lab file PolarIntegration.m and use it to integrate Equation 1 using polar coordinates. Again include a solution that uses the lower left corner Riemann sum and another which uses the midpoint sum. Then complete Table 3 for an increasing number of cells. What can you deduce about the order of accuracy of the two methods from the rate of convergence to the true answer?
- b) Next, use the same program to integrate Equation 2 again and fill in Table 4.

$$I = \int_0^1 \int_0^{2\pi} (x+1)^2 (y+1) \, d\theta dr \quad (3)$$

$$I = \int_0^1 \int_0^{2\pi} e^{-x^2} \sin(y^2) \, d\theta dr \quad (4)$$

Table 3: Polar integration of Equation 3

Exact Value						
# Cells r & θ	16	32	64	128	254	512
Left Reiman						
Midpoint						

Table 4: Polar integration of Equation 4

# Cells r & θ	16	32	64	128	254	512
Left Reiman						
Midpoint						